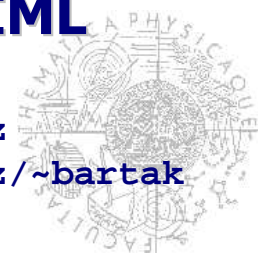


# Umělá intelligence I



Roman Barták, KTIML

roman.bartak@mff.cuni.cz  
<http://ktiml.mff.cuni.cz/~bartak>



## Dnes

- Dosud popisované algoritmy nepředpokládaly přítomnost dalších agentů v prostředí, zvláště ne agentů, kteří hrají proti nám.
- Dnes se podíváme na **hraní her**, jako na příklad **kompetitivního multi-agentního prostředí**
  - hry dvou hráčů s nulovým součtem a úplnou informací (piškvorky, šachy)
    - optimální (dokonalé) strategie (minimax, alfa-beta)
    - „nedokonalé“ strategie („uříznuté“ prohledávání)
  - hry s náhodným vstupem (vrhcáby – backgammon)



- **Matematická teorie her** (oblast ekonomie) vidí multi-agentní prostředí jako hru, kde má každý agent důležitý vliv na ostatní agenty.
  - je-li agentů moc, hovoříme o ekonomice (spíše než o hře)
- Umělá inteligence se zpravidla omezuje na **hry dvou hráčů**, kteří se **střídají** a mají **nulový součet** (zisk jednoho znamená ztrátu druhého).
  - **deterministické** hry vs. náhoda
  - **úplná** vs. částečná informace
  - Proč hry a UI? Protože hry jsou
    - těžké
    - dobře reprezentovatelné (a agenti mají málo akcí)
    - zábavné



	deterministic	chance
perfect information	chess, checkers, go, othello	backgammon monopoly
imperfect information		bridge, poker, scrabble nuclear war

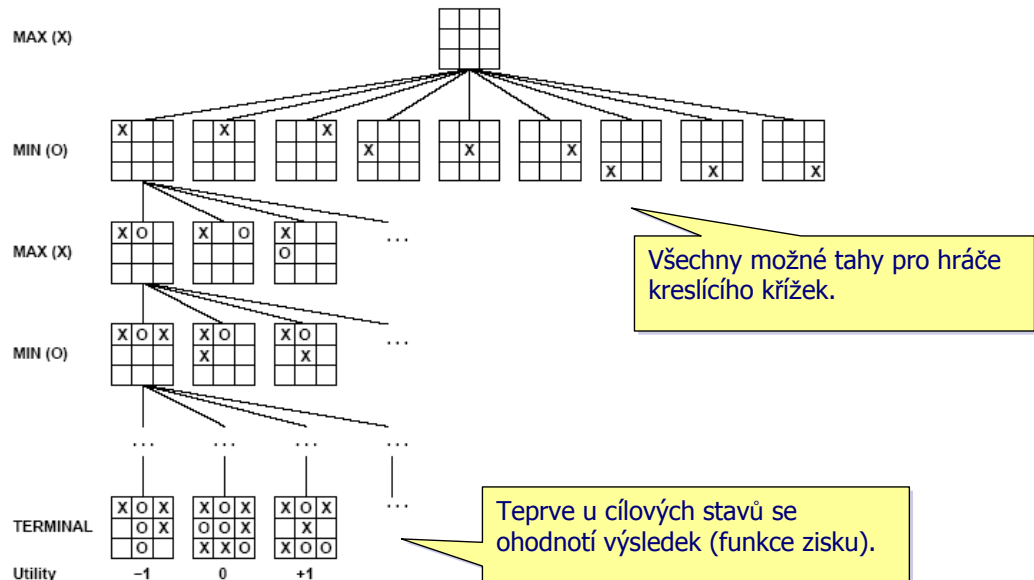
Umělá inteligence I, Roman Barták

## Základní nastavení

- Máme **dva hráče MAX a MIN**
  - MAX začíná a potom se hráči střídají dokud hra neskončí
  - hledáme strategii pro hráče MAX
- Opět se na hraní her podíváme jako na prohledávání:
  - **počáteční stav**: stav „desky“ a kdo je na tahu
  - **funkce následníka**: seznam dvojic (tah, stav)
    - počáteční stav a funkce následníka určují **strom hry**
  - **test ukončení**: kdy hra končí (cílový stav)
  - **funkce zisku (utility)**: numerické ohodnocení koncového stavu (výhra, remíza, prohra je +1, 0, -1)
    - vysoké hodnoty jsou dobré pro MAXe, nízké naopak pro MINa

Umělá inteligence I, Roman Barták

- Dva hráči střídavě kreslí křížky a kolečka dokud jeden nemá řadu tří svých symbolů nebo je vše obsazené.



Umělá inteligence I, Roman Barták

## Optimální strategie

- Při klasickém prohledávání **hledáme nějakou (nejkratší) cestu do cíle.**
- U her také **hledáme cestu do koncového stavu s největším ziskem**, ale brání nám protivník MIN (určuje každý druhý krok na cestě), který hledá přesně opačné koncové stavy.
- MAX proto musí najít **podmíněnou strategii**, která určuje
  - počáteční tah
  - tah jako odpověď na každý tah MINa
  - optimální strategie** dá takový výsledek jako libovolná jiná strategie, která je hrána proti neomylnému protivníkovi

Umělá inteligence I, Roman Barták

# Hodnota minimax

- Optimální strategii budeme hledat pomocí hodnoty minimax vypočtené v každém uzlu stromu hry takto:

MINIMAX-VALUE( $n$ )=

UTILITY( $n$ )

$\max_{s \in \text{successors}(n)} \text{MINIMAX-VALUE}(s)$

$\min_{s \in \text{successors}(n)} \text{MINIMAX-VALUE}(s)$

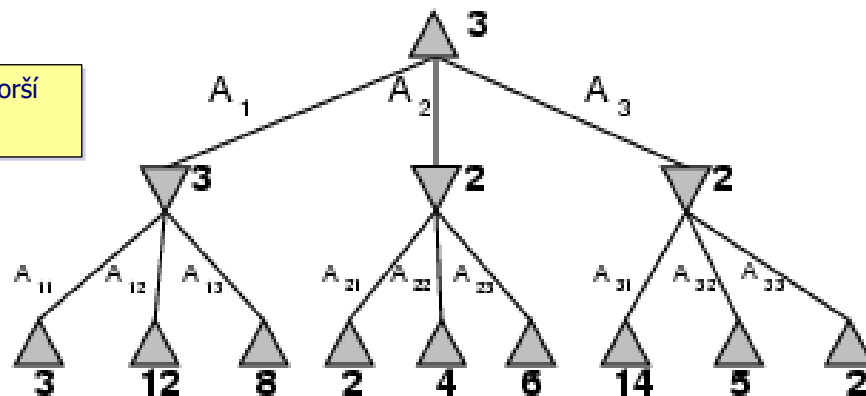
pokud je  $n$  cílový

pokud v  $n$  hraje MAX

pokud v  $n$  hraje MIN

**MAX**  
MAX maximalizuje nejhorší možný výstup.

**MIN**  
Předpokládáme, že MIN vybere pro sebe nejlepší tah.



Začneme u cílových stavů s funkcí zisku.

Umělá inteligence I, Roman Barták

# Algoritmus minimax

**function** MINIMAX-DECISION(*state*) *returns an action*

$v \leftarrow \text{MAX-VALUE}(\textit{state})$

**return** the *action* in **SUCCESSORS**(*state*) with value  $v$

**function** MAX-VALUE(*state*) *returns a utility value*

**if** **TERMINAL-TEST**(*state*) **then return** **UTILITY**(*state*)

$v \leftarrow -\infty$

**for**  $a, s$  in **SUCCESSORS**(*state*) **do**

$v \leftarrow \text{MAX}(v, \text{MIN-VALUE}(s))$

**return**  $v$

**function** MIN-VALUE(*state*) *returns a utility value*

**if** **TERMINAL-TEST**(*state*) **then return** **UTILITY**(*state*)

$v \leftarrow \infty$

**for**  $a, s$  in **SUCCESSORS**(*state*) **do**

$v \leftarrow \text{MIN}(v, \text{MAX-VALUE}(s))$

**return**  $v$

Algoritmus předpokládá, že protihráč hraje optimálně. Pokud ne, je zisk ještě větší.

•Časová složitost  $O(b^m)$

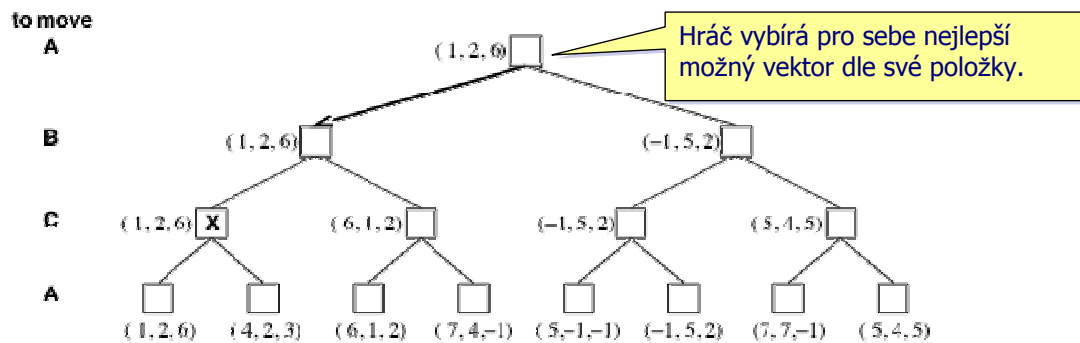
•Prostorová složitost  $O(bm)$

( $b$  je počet akcí na uzlu,  $m$  je délka hry)

Umělá inteligence I, Roman Barták

# Minimax a více hráčů

- Pro hru více hráčů použijeme **vektor hodnot** a každý hráč (na svém tahu) optimalizuje svoji položku.

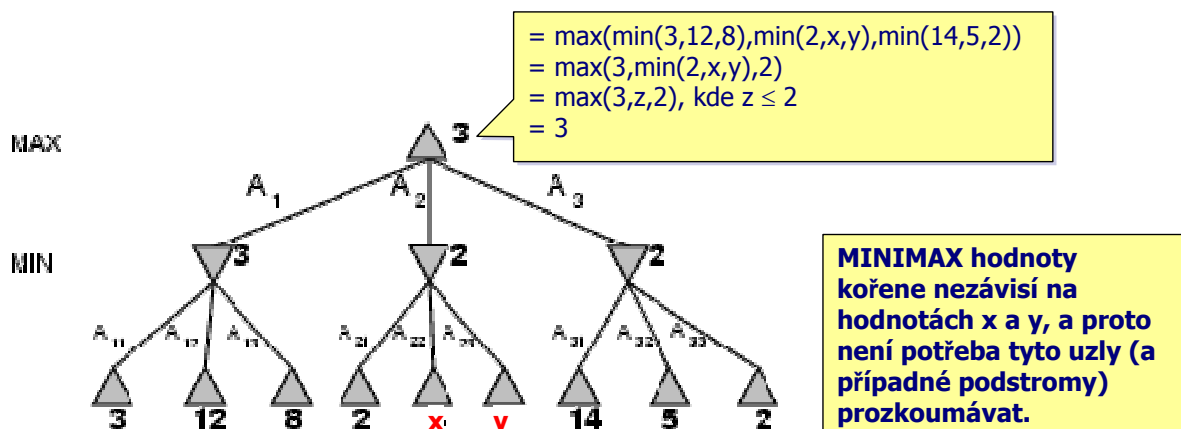


- Hry více hráčů přinášejí další možnosti jako je třeba **vytváření aliancí**.
  - Aliance se zdají být přirozeným důsledkem optimálních strategií každého hráče.
  - Jsou-li A a B slabí a C silný, je pro A i B zpravidla optimální neútočit proti sobě, ale zaměřit se na C. Je-li potom C oslaben, aliance se často rozpadá.

Umělá inteligence I, Roman Barták

# Lepší minimax?

- Algoritmus minimax vždy najde optimální strategii, ale musí prozkoumat celý strom hry (všechny možné partie).
- Nešlo by dosáhnout stejného výsledku rychleji?
  - ANO! Nemusíme prozkoumávat všechny uzly, pokud jsou „špatné“.
  - Tzv.  $\alpha$ - $\beta$  **ořezávání** eliminuje podstromy, kam se při hraní nedostaneme, protože tam nevede optimální strategie.

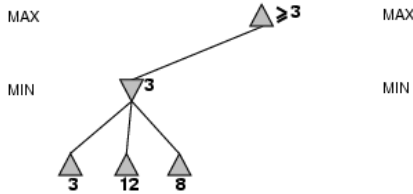


Umělá inteligence I, Roman Barták

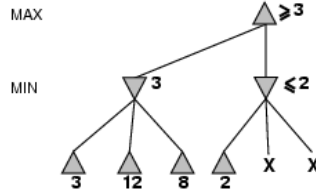
# $\alpha$ - $\beta$ ořezávání

příklad

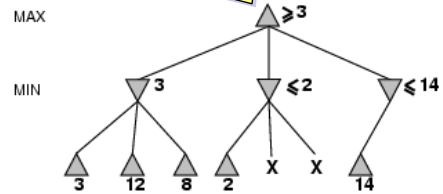
Máme první dolní odhad MINIMAX hodnoty kořene



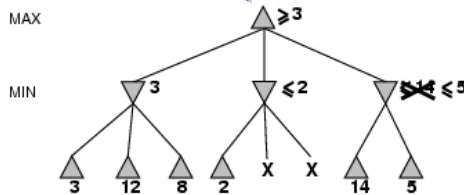
Ohodnocování MIN uzlu ukončíme ve chvíli, kdy dá horší (menší) MINIMAX hodnotu



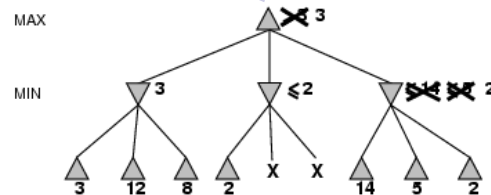
U třetího MIN uzlu pořád můžeme najít lepší řešení



U MIN uzlu pořád ještě můžeme najít lepší řešení a to v rozsahu  $\langle 3, 5 \rangle$ .



Tak to nevyšlo, optimum bylo 3.



Pokud bychom poslední blok prozkoumávali v pořadí 2,5,12, stačilo by ohodnotit 2.

Umělá inteligence I, Roman Barták

# Algoritmus $\alpha$ - $\beta$

**function** ALPHA-BETA-SEARCH(*state*) returns an action

inputs: *state*, current state in game

$v \leftarrow \text{MAX-VALUE}(\textit{state}, -\infty, +\infty)$

return the action in SUCCESSORS(*state*) with value  $v$

**function** MAX-VALUE(*state*,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) returns a utility value

inputs: *state*, current state in game

$\alpha$ , the value of the best alternative for MAX along the path to *state*

$\beta$ , the value of the best alternative for MIN along the path to *state*

**if** TERMINAL-TEST(*state*) **then** return UTILITY(*state*)

$v \leftarrow -\infty$

**for**  $a, s$  in SUCCESSORS(*state*) **do**

$v \leftarrow \text{MAX}(v, \text{MIN-VALUE}(s, \alpha, \beta))$

**if**  $v \geq \beta$  **then** return  $v$

$\alpha \leftarrow \text{MAX}(\alpha, v)$

return  $v$

**function** MIN-VALUE(*state*,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) returns a utility value

inputs: *state*, current state in game

$\alpha$ , the value of the best alternative for MAX along the path to *state*

$\beta$ , the value of the best alternative for MIN along the path to *state*

**if** TERMINAL-TEST(*state*) **then** return UTILITY(*state*)

$v \leftarrow +\infty$

**for**  $a, s$  in SUCCESSORS(*state*) **do**

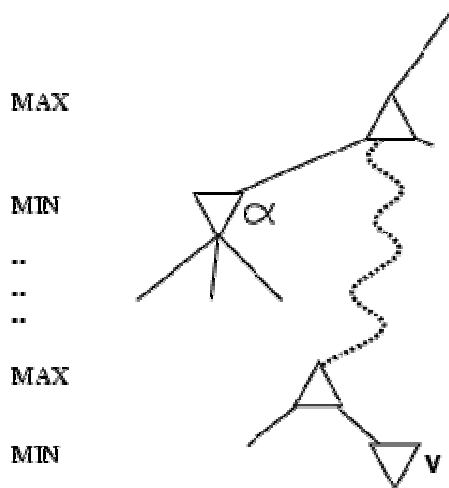
$v \leftarrow \text{MIN}(v, \text{MAX-VALUE}(s, \alpha, \beta))$

**if**  $v \leq \alpha$  **then** return  $v$

$\beta \leftarrow \text{MIN}(\beta, v)$

return  $v$

Umělá inteligence I, Roman Barták



- $\alpha$  je hodnota nejlepší volby (tj. ta největší), kterou jsme dosud našli pro hráče MAX
  - pokud  $\alpha$  není horší (není menší) než  $v$ , nebude MAX nikde hrát směrem k  $v$ , proto není potřeba strom pod  $v$  prozkoumávat
- $\beta$  je hodnota nejlepší volby (tj. ta nejmenší), kterou jsme dosud našli pro hráče MIN
  - podobně můžeme odříznout podstromy hráče MIN

## Vlastnosti:

- Oříznutím nepřijdeme o optimální řešení.
- Při „perfektním uspořádání“ srazíme časovou složitost na  $O(b^{m/2})$ , což dává větvící faktor  $\sqrt{b}$  (minimax má  $b$ ), takže lze prozkoumat uzly do dvojnásobné hloubky.

Umělá inteligence I, Roman Barták

# „Nedokonalé“ strategie

- Metody minimax i  $\alpha$ - $\beta$  musí **prohledat strom hry až do listů pro** získání dokonalé strategie.
  - Není praktické při větší hloubce (hloubka = počet tahů pro dohrání hry).
- Můžeme jednoduše **prohledávání větve ukončit dříve** a použít heuristický odhad hodnoty MINIMAX.
  - negarantuje nalezení optimální strategie, ale
  - dokončí prohledávání v požadovaném čase
- **Realizace:**
  - test ukončení → test přerušení (cutoff)
  - funkce zisku → heuristická evaluační funkce EVAL

Umělá inteligence I, Roman Barták

# Evaluační funkce

- Poskytuje odhad zisku v daném podstromě (podobně jako funkce  $h$  v prohlédávání).
- Kvalita výsledného algoritmu silně závisí na kvalitě heuristické evaluační funkce.

## Vlastnosti:

- koncové uzly musí uspořádat stejně jako funkce zisku
- výpočet nesmí trvat moc dlouho
- pro nekoncové uzly by měla být silně svázaná se skutečnou šancí vyhrát
  - šance místo jistoty je zde z výpočtových důvodů (není čas prozkoumat vše)
- Jak takovou funkci ale najít?



# Evaluační funkce

## Očekávaná hodnota

příklady

- na základě vybraných vlastností, které umíme rychle rozpoznat, roztřídíme stavy do kategorií
- kategorii ohodnotíme podle podílu vítězných a prohrávajících stavů
  - $EVAL = (0.72 \times +1) + (0.20 \times -1) + (0.08 \times 0) = 0.52$

## „Materiální“ hodnota

- odhadneme numerický příspěvek každé vlastnosti
  - šachy: pěšák = 1, střelec = kůň = 3, věž = 5, královna = 9
- tyto příspěvky zkombinujeme (např. vážený součet)
  - $EVAL(s) = w_1 f_1(s) + w_2 f_2(s) + \dots + w_n f_n(s)$
  - Součet předpokládá nezávislost vlastností!
  - Možno použít nelineární kombinace.

Bílý na tahu  
Černý vyhraje



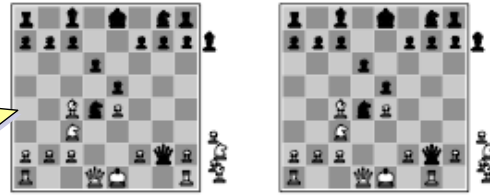
Umělá inteligence I, Roman Barták



# Problémy s ořezáním

- Situace se dramaticky změní uvažováním dalšího tahu za limitní hloubkou.

Pro obě šachovnice je stejná materiální hodnota (lepší pro černou), ale **vpravo vítězí bílý** sebráním královny bez náhrady.

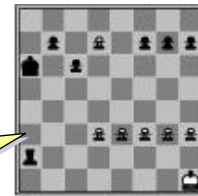


- **uklidnění** (quiescent): pokud zrovna protivník může brát, potom je odhad nestabilní a je dobré prozkoumat ještě pár tahů dopředu (například jen vybrané tahy)

## ■ Efekt horizontu

- špatnou situaci tak odsunout až za horizont, tj. není rozpoznána, ale stejně nastane.

**Materiálně má více černý**, ale pokud si bílý udělá z pěšáka královnu, tak **vyhraje bílý**. Černý může opakovaně dávat věží šach, takže několik tahů to nevypadá tak špatně.



Umělá inteligence I, Roman Barták

# Možná vylepšení

## ■ Singulární prodloužení

- prozkoumáme sekvenci tahů, které jsou v dané pozici „jasně lepší“ než ostatní
- rychlý způsob jak prozkoumat oblast za limitní hloubkou (uklidnění je speciální případ)

## ■ Dopředné prořezání

- některé tahy v dané pozici nejsou vůbec uvažovány (lidský přístup)
- nebezpečné, protože může minout optimální strategii
- bezpečné, pokud jsou například tahy symetrické

## ■ Transpoziční tabulky

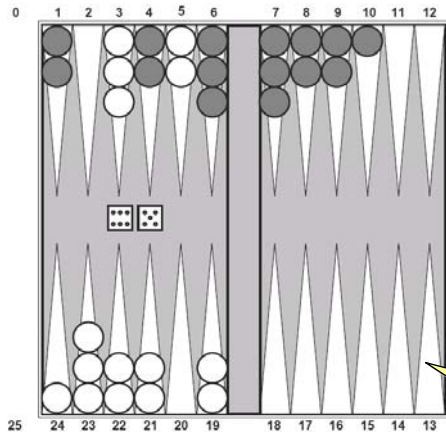
- podobně jako u pohledávání je možné si pamatovat jednou ohodnocené stavy, protože se do nich můžeme dostat jinou posloupností tahů

Umělá inteligence I, Roman Barták

# Náhoda a hry

- Reálný svět často obsahuje nepředvídatelné vnější události, které vedou k neočekávaným situacím.
- Hry simulují **nepředvídatelnost** zahrnutím prvku náhodnosti, jako je třeba hození kostkou.

## Vrhcáby (backgammon)



- cílem je přesunout vlastní kameny z počáteční pozice do koncové
- vítězí ten, kdo to udělá první
- hod kostkami určí, jaké tahy jsou v dané situaci povolené
  - vzdálenost skoku

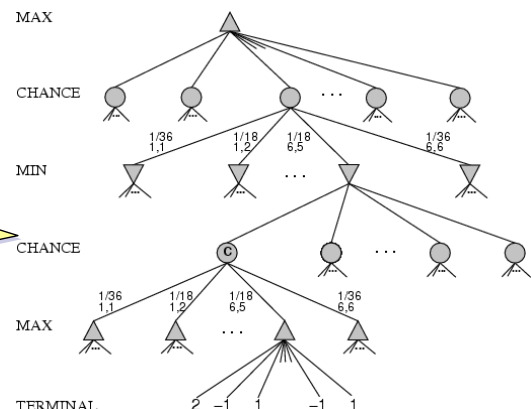
Bílý může udělat čtyři legální tahy: (5-10,5-11), (5-11,19-24), (5-10,10-16), (5-11,11-16)

Umělá inteligence I, Roman Barták

# Hry s náhodou

- Do stromu hry s MAX a MIN uzly přidáme **uzly náhody**, kde větve popisují všechny možné výsledky „hodu kostkou“.
  - 36 výsledků pro dvě kostky, 21 po odstranění symetrií (5-6 a 6-5)
  - šance na double je 1/36, ostatní výsledky 1/18

**Uzly náhody** jsou vloženy do každé vrstvy resp. všude, kde je tah ovlivněn náhodou. V této vrstvě hází MAX.



- Místo MINIMAX hodnoty počítáme **očekávanou hodnotu** (dle rozložení šancí):  

$$\text{EXPECTIMINIMAX-VALUE}(n) =$$

UTILITY( $n$ )

$\max_{s \in \text{successors}(n)} \text{MINIMAX-VALUE}(s)$

$\min_{s \in \text{successors}(n)} \text{MINIMAX-VALUE}(s)$

$\sum_{s \in \text{successors}(n)} P(s) \cdot \text{EXPECTIMINIMAX}(s)$

pokud je  $n$  cílový

pokud v  $n$  hraje MAX

pokud v  $n$  hraje MIN

pokud je  $n$  uzel náhody

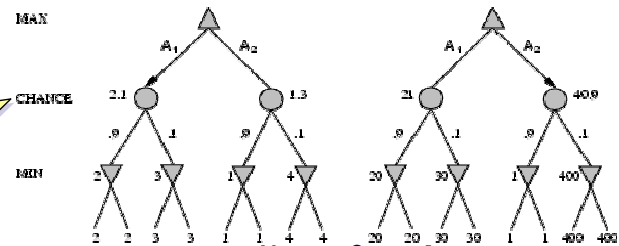


Umělá inteligence I, Roman Barták

## ■ Pozor na evaluační funkci (při cutoff)

- roli nehraje jen pořadí uzlů, ale i absolutní hodnoty
- měly by být lineární transformací očekávaného zisku v uzlu

Vlevo vychází lépe  $A_1$  a vpravo  $A_2$ , přestože evaluační hodnoty uspořádají listy stejně.

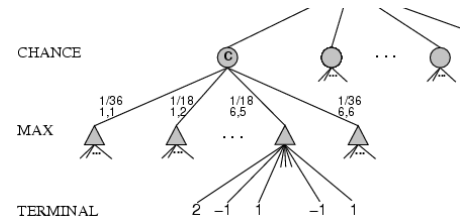


## ■ Časová složitost $O(b^{nm})$ , kde je $n$ počet různých náhodných výsledků

- není realistické dostat se do větší hloubky, zvláště pro větší náhodné větvení

## ■ Použití ořezání à la $\alpha$ - $\beta$

- můžeme ořezat i u uzlů náhody, pokud máme omezenou funkci zisku
- pro výpočet očekávané hodnoty použijeme meze tam, kde hodnotu ještě nemáme



Umělá inteligence I, Roman Barták

# Karty

- Na první pohled vypadají karty jako hra s náhodou, ale kostky jsou zde vrženy hned na začátku!
- Zajímavé na kartách je to, že (někdy) nevidíme všechny karty protihráče (tj. máme **částečnou informaci**).

## Příklad: karetní hra „větší bere“ s otevřenými kartami

**Situace 1:** MAX: ♥6 ♦6 ♣9 8      MIN: ♥4 ♠2 ♣10 5

1. MAX dá ♣9, MIN potvrdí barvu ♣10      vítěz MIN
  2. MIN dá ♠2, MAX dá ♦6      vítěz MIN
  3. MAX dá ♥6, MIN potvrdí barvu ♥4      vítěz MAX
  4. MIN dá ♣5, MAX potvrdí barvu ♣8      vítěz MAX
- ♣9 je pro MAXe optimální první volba

**Situace 2:** MAX: ♥6 ♦6 ♣9 8      MIN: ♦4 ♠2 ♣10 5

- symetrický případ, ♣9 je opět pro MAXe optimální první volba

**Situace 3:** MIN skryl první kartu (♥4 nebo ♦4), jaká je optimální první volba pro MAX?

- Nezávisle na ♥4 nebo ♦4 byl v předchozích situacích optimální první tah ♣9, tedy i teď je ♣9 optimální první tah.
- **Opravdu?**



## Příklad: cesta k bohatství (aneb karty jinak)

- **Situace 1:** Cesta A vede k hromadě zlata a cesta B vede na rozcestí. Vydejte se doleva a narazíte na mohylu drahokamů, ale vydejte se doprava a přejede Vás autobus. Kam půjdete (když drahokamy jsou cennější než zlato)?
  - B a doleva
- **Situace 2:** Cesta A vede k hromadě zlata a cesta B vede na rozcestí. Vydejte se doprava a narazíte na mohylu drahokamů, ale vydejte se doleva a přejede Vás autobus. Kam půjdete?
  - B a doprava
- **Situace 3:** Cesta A vede k hromadě zlata a cesta B vede na rozcestí. Vydejte se správně a narazíte na mohylu drahokamů, ale vydejte se špatně a přejede Vás autobus. Kam půjdete?
  - rozumný člověk (ten kdo neriskuje ;- ) jde A
- To je přesně stejný případ jako u příkladu s kartami. Na rozcestí B neznáme, která ze situací 1 a 2 nastává, stejně jako u karet nakonec také nevíme, zda MIN drží ♥4 nebo ♦4, takže je 50% šance neúspěchu.
- **Poučení:** Je potřeba uvažovat informaci, jakou budeme mít v každém stavu hry (chyba volby ♣9 je v tom, že MAX uvažoval jakoby v každém kroku viděl všechny karty).

# Hry – jak si stojí UI?

## ■ Šachy

- 1997 superpočítač Deep Blue poráží Kasparova 3.5 – 2.5
- 2002 „běžné“ PC (program FRITZ) remízuje s Kramnikem

## ■ Dáma

- 1994 program Chinook mistrem světa
- 29. 4. 2007 vyřešeno – optimální řešení je remíza

## ■ Go

- větvící faktor 361, což omezuje současné metody
- průměrný amatérský hráč je lepší než počítač

## ■ Bridge

- 2000 program GIB dvanáctý na mistrovství světa
- programy Jack a Wbridge5 hrají na úrovni nejlepších hráčů

