Důchodový věk, opouštění trhu práce, opt-out

Snažme se stanovit jak se chová racionálně smýšlející plně informovaný (zná i budoucnost) jedinec při rozhodování o opuštění trhu práce a odchodu do důchodu.

Označme v_v věk vstupu na trh práce, v_r věk v době rozhodování jedince o věku odchodu do důchodu a o případném opt-out, v_d věk deklarace odchodu do důchodu, v_o věk odchodu z trhu práce a v_s věk smrti. Předpokládejme ve věku $i \in \{v_v, v_o\}$ hrubé roční výdělky h_i, odvody na důchody o_i a ve věku $i \in \{v_d, v_s\}$ důchody d_i. Pro jedince je pak celkový individuální výnos důchodového systému roven takovému x pro nějž je

$$\sum_{i=v_v}^{v_o} o_i \cdot x^{v_s-i} = \sum_{i=v_d}^{v_s} d_i \cdot x^{v_s-i}.$$

V době rozhodování jedinec již zvažuje pouze investici od věku v_r, tedy výnos roven x pro nějž je

$$\sum_{i=v_r}^{v_o} o_i \cdot x^{v_s-i} = \sum_{i=v_d}^{v_s} d_i \cdot x^{v_s-i}.$$

Čím později se jedinec rozhoduje, tím je aktuálně kalkulovaná výnosnost vyšší vlivem neuvažování již vynaložených prostředků.

Pokud je x větší než výnos ekonomiky, jedná se o „dobrou“ investici, je-li x menší, bylo by pro jedince lepší „investovat jinak“. Speciální vlastností této „investice“ je ale to, že její výšku nemůže jedinec individuálně ovlivnit, je dána pravidly důchodového systému. Při možnosti opt-out jedinec (nebrání-li tomu nedostatek financí) zvažuje, jakou variantu zvolit. Pro rozhodnutí ale není rozhodující pouze srovnání příslušných aktuálních výnosů. Jsou-li všechny aktuální výnosy menší než výnosnost ekonomiky, je výhodnější volit variantu s nejnižší investicí. Je-li ale nějaký aktuální výnos větší než výnosnost ekonomiky, volíme mezi variantami s aktuálním výnosem větším než výnosnost ekonomiky tu, kde je větší rozdíl dodatečného výdělku a dodatečné investice (při vhodné diskontní sazbě). ...

Z uvedeného vyplývá, že pro volbu opt-out není potřeba znát individuální výnosy, ale především jejich srovnání s výnosem ekonomiky.

Nechť d je výnos ekonomiky. Označme

$$P(v_d) = \sum_{i=v_d}^{v_s} d_i \cdot d^{v_s-i}$$

$$V(v_r) = \sum_{i=v_r}^{v_o} o_i \cdot d^{v_s-i}.$$

$$S(v_r, v_d) = P(v_d) - V(v_r) = \sum_{i=v_d}^{v_s} d_i \cdot d^{v_s-i} - \sum_{i=v_r}^{v_o} o_i \cdot d^{v_s-i}.$$

Zde $S(v_r, v_d)$ je saldo jedince (zisk případně ztráta) z důchodového systému vůči individuálnímu investování při deklaraci odchodu do důchodu ve věku v_d. Racionální jedinec volí v_d tak, aby $S(v_r, v_d) = \max_v\{S(v_r, v)\}$. Všimněme si, že toto maximum se nabývá ve stejném bodě nezávisle na v_r.

Při možnosti opt-out jedinec volí mezi variantami, jsou-li $S_i(v_r, v_d)$ příslušná salda, pak opět volí (i, v_d) tak, aby $S_i(v_r, v_d) = \max_{(i,v)} S_i(v_r, v)$ a maximum nezáleží na v_r (na věku kdy rozhodujeme, ale záleží samozřejmě na věku, od kterého k opt-out dojde). Dále si všimněme, že z hlediska volby nezáleží na současném pronásobení kladnou konstantou, můžeme proto vždy násobit místo d^{v_s-i} třeba d^{v_o-i} nebo d^{v_v-i} či d^{-i}.

Modelově předpokládáme, že výnosnost ekonomiky je rovna výnosnosti penzijních fondů.

Pravidla důchodového systému stanovují, jak při zafixovaném h_i závisí o_i a d_i na v_d a tím také jak na v_d závisí $S(v_r, v_d)$.

Předpokládejme, že jedinec nezná v_s, zná pouze pravděpodobnosti dožití p_j^i věku i za předpokladu, že se dožil věku j, předpokládejme ale, že v_o a h_i jedinec zná (předpokládáme, že se jedinec věku v_o skutečně dožije).

V takovém případě po přenásobení $d^{v_o-v_s}$ dostáváme saldo

$$S(v_r, v_d) = \sum_{i=v_d}^{\infty} d_i \cdot d^{v_o-i} \cdot \min\{1, p_{v_o}^i\} - \sum_{i=v_r}^{v_o} o_i \cdot d^{v_o-i}$$

(při značení $p_i^j = p^j_{\min\{i,j\}}/p^i_{\min\{i,j\}}$ i pro $j < i$)

Pokud jedinec zná h_i, podmíněně, že se daného věku dožije, a v plánu má opustit trh práce ve věku v_o pokud se jej dožije, pak původní saldo po přenásobení $d^{v_r - v_s}$ přechází na tvar

$$S(v_r, v_d) = \sum_{i=v_d}^{\infty} d_i \cdot d^{v_r - i} \cdot p^i_{v_r} - \sum_{i=v_r}^{v_o} o_i \cdot d^{v_r - i} \cdot p^i_{v_r}$$

Při výpočtu mikrokriterií budu volit $v_r = v_v$ pro osoby, které v době reformy ještě nejsou na trhu práce, pro ostatní bude v_r věk v době startu reformy. Budu počítat

$$S(v_o) = \max_v \left\{ \sum_{i=v}^{\infty} d_i \cdot d^{v_r - i} \cdot p^i_{v_r} - \sum_{i=v_r}^{v_o} o_i \cdot d^{v_r - i} \cdot p^i_{v_r} \right\}$$

Zobrazovat budu $S(v_o)/M_{55}$, kde M_{55} je průměrná hrubá roční mzda v době dožití věku 55 let (tedy za rok předchozející počátek grafu). Zároveň budu zobrazovat věk v_d, kde se maximum nabývá. Třetí graf je důchod přidělený ve věku v_d v závislosti na v_o, valorizovaný do věku v_o s tím, že je k němu přičten výnos rozdílu zdanění od základní sazby 28% (dle pravidel fondů) s tím, že volitelný parametr umožňuje zvolit míru spoření (0 nespoříme, 1 spoříme vše) podotýkám, že při zvýšení zdanění nemáme na výběr. Opět je zobrazeno po vydělení M. V tomtéž grafu je zobrazen důchod po pěti letech pobírání důchodu (vliv nemzdové valorizace).

Vzhledem k tomu, že není specifikováno jinak, je modelově práce pracujících důchodců (po věku v_d) zdaňována stejně jako ostatních (před v_d). Proto při určování maxima v rámci jedné varianty nemusíme uvažovat sumu $V(v_r)$, která je konstantní. Pokud by se zdanění pracujících důchodců lišilo od zdanění ostatních pracujících, brali bychom při určování maxima v rámci jedné varianty místo druhé sumy sumu odpovídající rozdílu zdanění.

Všechny navrhované varianty pracují s určením důchodu d_{d_v}, ostatní důchody jsou z tohoto získány valorizací. Valorizace nezáleží na volbě d_v. Proto můžeme úlohu maximalizace v rámci jedné varianty (při stejném zdanění pracujících důchodců) přepsat na tvar:

$$P(v_o) = \max_{v \le v_o} \left\{ d_v \cdot \sum_{i=v}^{\infty} \mathrm{val}^i_v \cdot d^{v_r - i} \cdot p^i_{v_r} \right\}, \text{ kde } \mathrm{val}^i_v = \prod_{j=v}^{i-1} \mathrm{val}^{j+1}_j \text{ je součin jednotlivých valorizací}$$

Zde jsme předokládali, že jedinec umírá na konci roku. Pokud bychom modelovali smrt rovnoměrně v rámci roku, dostali bychom tvar

$$P(v_o) = \max_{v \le v_o} \left\{ d_v \cdot \sum_{i=v}^{\infty} \mathrm{val}^i_v \cdot d^{v_r - i} \big(p^{i+1}_{v_r} + \frac{1}{2}(p^i_{v_r} - p^{i+1}_{v_r})\big) \right\} = \max_{v \le v_o} \left\{ d_v \cdot \sum_{i=v}^{\infty} \mathrm{val}^i_v \cdot d^{v_r - i} \cdot \frac{1}{2}(p^{i+1}_{v_r} + p^i_{v_r}) \right\}$$

Označme $q_j = 1/2 \cdot \left(1 + p_j^{j+1}\right)$.

Všimněme si, že $K_{v_r}(\mathrm{val}, v) = \sum_{i=v}^{\infty} \mathrm{val}^i_v \cdot d^{v_r - i} \cdot q_i p^i_{v_r}$ je koeficient závislý na způsobu valorizace, na výnosu ekonomiky a na pravděpodobnostech dožití, ale nezávislý na jiných parametrech důchodového systému. Naší úlohou je maximalizovat

$$P(v_o) = \max_{v \le v_o} \{d_v \cdot K_{v_r}(\mathrm{val}, v)\} = \max\{P(v_o - 1), d_{v_o} \cdot K_{v_r}(\mathrm{val}, v_o)\}$$

Pro účely modelování budeme místo $K_{v_r}(\mathrm{val}, v) = \sum_{i=v}^{\infty} \mathrm{val}^i_v \cdot d^{v_r - i} \cdot q_i p^i_{v_r}$ používat po pronásobení $M(v_r) = d^{120 - v_r} \cdot p^{120}_{v_r}$ hodnoty $K_{120}(\mathrm{val}, v)$ aproximované pomocí $K'_{120}(\mathrm{val}, v) = \sum_{i=v}^{120} \mathrm{val}^i_v \cdot d^{120 - i} \cdot q_i p^i_{120}$, lišící se zanedbáním členů pro stáří větší než 120 let. Aproximace $K'_{120}(\mathrm{val}, 120)$, $K'_{120}(\mathrm{val}, 119)$, … začínají velmi nepřesně, ale jsou stále přesnější. Vzhledem k tomu, že nás zajímají pouze $K_{120}(\mathrm{val}, v)$ pro $v \le 80$, můžeme si zanedbání členů pro věky větší než 120 dovolit ($K_{120}(\mathrm{val}, v) \approx K'_{120}(\mathrm{val}, v)$, mnohem větší nepřesnosti jsou v odhadech p^i_j).

$$K'_{120}(\mathrm{val}, 120) = q_{120} = \frac{1}{2}(1 + p^{121}_{120}),$$

$$K'_{120}(\mathrm{val},v) = \sum_{i=v}^{120} \mathrm{val}_v^i \cdot d^{120-i} \cdot q_i p_{120}^i = \mathrm{val}_v^v \cdot d^{120-v} \cdot q_v p_{120}^v + \mathrm{val}_v^{v+1} \sum_{i=v+1}^{120} \mathrm{val}_{v+1}^i \cdot d^{120-i} \cdot q_i p_{120}^i =$$

$$= d^{120-(v+1)} p_{120}^{v+1} \cdot \frac{d}{p_v^{v+1}} \cdot q_v + \mathrm{val}_v^{v+1} \cdot K'_{120}(\mathrm{val}, v+1)$$

Označme $X_{120}(v) = d^{120-v} \cdot p_{120}^v$ (nezávislé na valorizaci), pak

$$X_{120}(120) = 1$$

$$X_{120}(v) = X_{120}(v+1) \cdot d / p_v^{v+1} \text{ a}$$

$$K'_{120}(\mathrm{val},v) = X_{120}(v) q_v + \mathrm{val}_v^{v+1} \cdot K'_{120}(\mathrm{val}, v+1)$$

Obdobné vztahy platí pro výpočet koeficientu pro rozpouštění úspor. Základní rozdíl je ale v tom, že tam se koeficient vztahujeme k době, kdy začínáme rozpouštět úspory. Nezajímá nás tedy $K_{120}(\mathrm{val}, v)$ ale $K(\mathrm{val}, v) = \sum_{i=v}^{\infty} \mathrm{val}_v^i \cdot d^{v-i} \cdot q_i p_v^i$, modelově $K'(\mathrm{val}, v) = \sum_{i=v}^{120} \mathrm{val}_v^i \cdot d^{v-i} \cdot q_i p_v^i$.

$$K'(\mathrm{val}, 120) = q_{120}$$

$$K'(\mathrm{val},v) = \sum_{i=v}^{120} \mathrm{val}_v^i \, d^{v-i} q_i p_v^i = q_v + \mathrm{val}_v^{v+1} \, p_v^{v+1}/d \cdot \sum_{i=v+1}^{120} \mathrm{val}_{v+1}^i \, d^{(v+1)-i} q_i p_{v+1}^i \text{ tedy}$$

$$K'(\mathrm{val},v) = q_v + \mathrm{val}_v^{v+1} \, p_v^{v+1}/d \cdot K'(\mathrm{val}, v+1)$$

Tento koeficient říká, kolik korun bude potřeba v průměru na každou korunu stanoveného d_v. Jsou-li úspory velikosti U, měl by důchod být $U/K'(\mathrm{val}, v)$.

Pokud od věku v' jedinec bude pobírat stejně valorizovanou rentu počínaje $d'_{v'}$ z jiného zdroje, může ve věku $v < v'$ rozpouštět úspory U následovně: Spočte $d_v = (U + (K'(\mathrm{val}, v') \cdot d'_{v'})/d^{v'-v})/K'(\mathrm{val}, v)$ a pokud je $\mathrm{val}_v^{v'} \, d_v \geq d'_{v'}$, stačí úspory na výplatu důchodu do věku v' a na navýšení $\mathrm{val}_v^{v'} \, d_v - d'_{v'}$nad $d'_{v'}$ později. V opačném případě potřebujeme zjistit, na jak velký důchod do věku v' nám úspory stačí. Každé koruně důchodu d_v odpovídá $K'(\mathrm{val}, v)$ úspor do smrti, ale $\mathrm{val}_v^{v'} / d^{v'-v} K'(\mathrm{val}, v')$ z nich odpovídá úsporám na důchody od věku v'. Dostáváme koeficient na rozpouštění úspor pro interval věků $K'(\mathrm{val}, v, v') = K'(\mathrm{val}, v) - \mathrm{val}_v^{v'} / d^{v'-v} K'(\mathrm{val}, v')$, a důchod přidělíme ve výši $U/K'(\mathrm{val}, v, v')$.

Pokud má jedinec ve věku v úspory U a bude od věku v' pobírat rentu $d_{v'}^{\mathrm{val}'}$ valorizovanou s nižší valorizací val' a chceme stanovit rentu d_v valorizovanou val, tak aby při této valorizaci „statisticky vystačila“. Rentě $d_{v'}^{\mathrm{val}'}$ odpovídá úspora $d_{v'}^{\mathrm{val}'} \cdot K'(\mathrm{val}', v')$ ve věku v', jí odpovídá důchod $d'_{v'} = d_{v'}^{\mathrm{val}'} \cdot K'(\mathrm{val}', v')/K'(\mathrm{val}, v') < d_{v'}^{\mathrm{val}'}$ další postup viz výše.